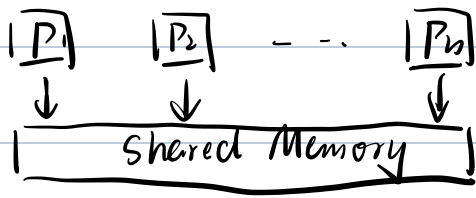


parallelism 并行度.

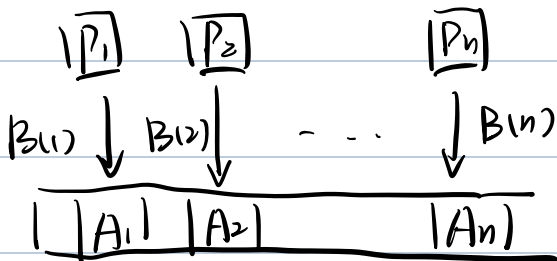
Parallel Random Access Machine (PRAM)



processor  $i$ :  $c := a + b$ .  $a, b$  从 shared 取,  $a+b$  在  $P_i$  进 $\rightarrow$ , 存入  $c$ .

for  $P_i, 1 \leq i \leq n$ . **par do**  $A(i) := B(i)$  **end** 伪代码.

$P_i$  将  $B(i)$  值存入  $A(i)$ .



Parallel 在一步内完成.

$\Rightarrow$  解决读写并行问题.

EREW.  $E$ : exclusive 均不能并行

CREW:  $C$ : concurrent 读可并行, 写可并行

CRCW

Arbitrary rule. Priority rule. Common rule.

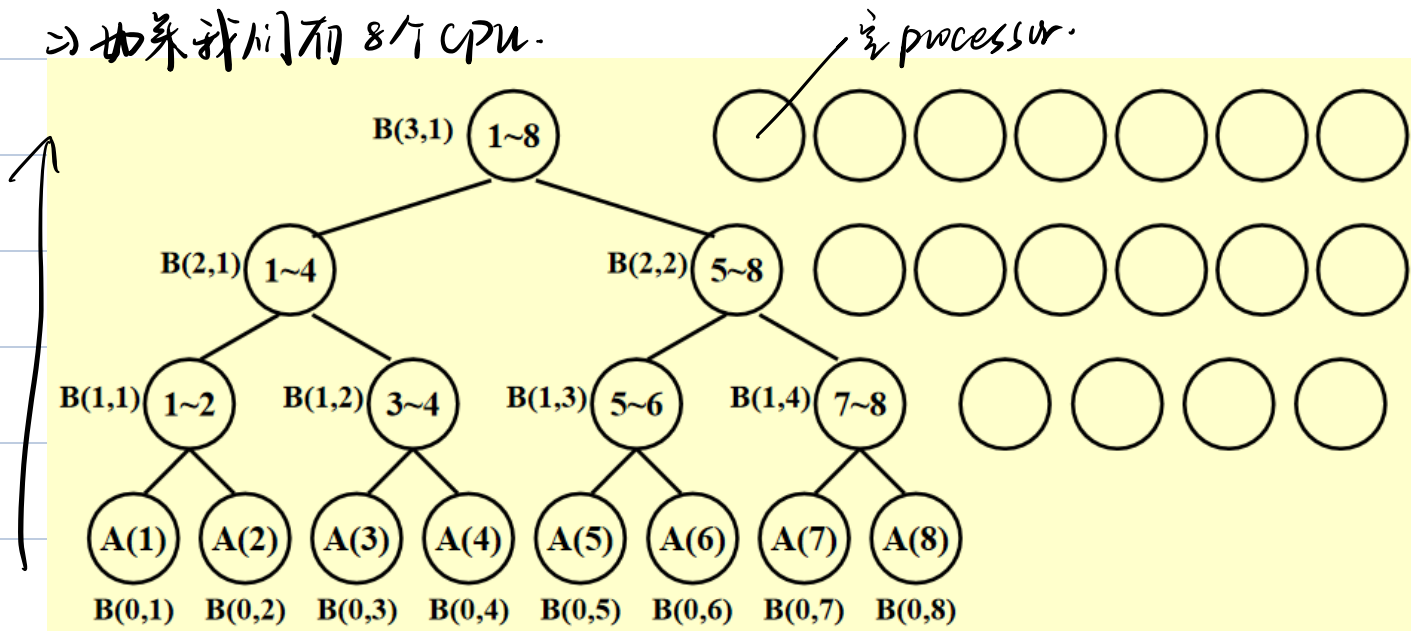
1. 如果CPU都写同一个值, 可以并行
2. 至少有一个写成功

## EXAMPLE.

1. Input:  $A(1), A(2), \dots, A(n)$

Output:  $A(1) + A(2) + \dots + A(n)$ .

⇒ 如果我们只有 8 个 CPU.



$$B(h, i) = B(h-1, 2i-1) + B(h-1, 2i)$$

PRAM Model:

For  $P_i, 1 \leq i \leq n$ , parallel

$$B(0, i) := A(i)$$

For  $h = 1$  to  $\log n$  parallel

if  $i \leq \frac{n}{2^h}$  (不是每个 processor 都有任务)

$$B(h, i) := B(h-1, 2i-1) + B(h-1, 2i)$$

else stay idle

For  $i = 1$ : Output  $B(\log n, 1)$ ; for  $i > 1$ : stay idle.

$$\Rightarrow T(n) = \log n + 2$$

WD Presentation:

For  $P_i, 1 \leq i \leq n$  parallel

For  $h = 1$  to  $\log n$

For  $P_i, 1 \leq i \leq \frac{n}{2^h}$  par do

$B(h, i) \dots$

For  $i = 1$

Output  $B(1, \log n, 1)$

## Measuring the performance

1.  $W(n)$  workload (总操作数)
2.  $T(n)$  worstcase running time
- $P(n) = W(n) / T(n)$  processors

如:  $T(n) = \log n + 2$ .

$$W(n) = n + \frac{n}{2} + \frac{n}{2^2} + \dots + \frac{n}{2^k} + 1. \quad k = \log n.$$
$$= 2n.$$

## WD 充分性定理.

WD 模式下: 算法可以用  $P(n)$  个处理器在  $O(W(n) / P(n) + T(n))$  的时间内以同样的写入量完成.

## EXAMPLE

### Prefix - Sums

Input :  $A(1), A(2), \dots, A(n)$

Output :  $\sum_{i=1}^1 A(i), \sum_{i=1}^2 A(i), \dots, \sum_{i=1}^n A(i).$